

石家庄铁道大学

硕士研究生招生初试科目考试大纲

科目名称： 高等代数

编制单位： 数理系

一、总体要求

本课程要求考生比较系统地理解和掌握高等代数的基本概念、基本性质和基本定理，掌握高等代数的基本思想以及常用的技巧和方法。要求考生具有一定的抽象思维能力、逻辑推理能力、较强的计算能力，具备一定分析问题和解决问题的能力，能够灵活地运用本课程的基础知识和基本方法进行判断、分析、计算和证明。

二、考试形式

试卷一般采用客观题型和主观题型相结合的形式，主要包括填空题、选择题、计算题、证明解答题等，具体以实际考试为准。考试时间和总分以招生简章发布为准。

三、考试内容

1、多项式

- (1) 掌握数域、一元多项式的概念、一元多项式的运算及性质。
- (2) 掌握整除的概念、性质、带余除法定理（重点）。
- (3) 掌握最大公因式的概念，会用辗转相除法求最大公因式，掌握综合除法（重点）。
- (4) 掌握互素的概念以及互素的判别方法与性质（重点）。
- (5) 掌握不可约多项式的判别方法与性质，多项式因式分解唯一性定理。
- (6) 掌握 k 重因式和重因式的概念，会判断是否存在重根与重因式（重点）。
- (7) 掌握代数基本定理、复数域与实数域上多项式的因式分解理论。
- (8) 掌握有理系数多项式理论，会求有理根，会使用 Eisenstein 判别法。
- (9) 了解多元多项式、对称多项式。

2、行列式

- (1) 掌握排列和逆序数，了解 n 阶行列式的定义。
- (2) 掌握行列式的子式、余子式和代数余子式的概念（重点）。
- (3) 掌握行列式的性质及按行按列展开定理，会熟练计算各类行列式（重点）。

- (4) 掌握 Cramer 法则及其应用（重点）。
- (5) 了解 Laplace 定理及行列式的乘法规则，掌握结论。

3、线性方程组

- (1) 掌握消元法的基本理论。
- (2) 了解 n 维向量空间的概念。
- (3) 掌握线性相关、向量组等价等概念及其相关定理，会判断线性相关性（重点）。
- (4) 掌握向量组的秩和极大无关组的概念和求法，会证明极大无关组（重点）。
- (5) 掌握矩阵的秩的概念及求法。
- (6) 掌握齐次线性方程组有解的判别定理及解的结构，会用初等行变换求基础解系和通解（重点）。
- (7) 掌握非齐次线性方程组有解的判别定理及解的结构，会用初等行变换求通解（重点）。

4、矩阵

- (1) 掌握矩阵的概念，了解单位阵、对角阵、对称阵、反对称阵等概念及其性质。
- (2) 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置，以及它们的运算规律（重点）。
- (3) 掌握矩阵的乘积的行列式及其相应定理。
- (4) 掌握逆矩阵的概念、性质以及伴随矩阵与逆矩阵的关系（重点）。
- (5) 掌握分块矩阵、准对角阵及其运算规律。
- (6) 掌握初等变换与初等矩阵的概念及其关系，会用初等变换求逆矩阵（重点）。
- (7) 掌握分块乘法的初等变换及应用。

5、二次型

- (1) 掌握二次型的概念及其矩阵表示。
- (2) 掌握矩阵的合同概念及性质，理解二次型的非退化线性替换与二次型合同的关系。
- (3) 掌握二次型的标准形、秩、规范形的概念以及惯性定理。
- (4) 掌握将二次型化为标准形的方法（重点）。
- (5) 掌握二次型和对应矩阵的正定、半正定、负定、半负定的概念及判别方法（重点）。

6、线性空间

- (1) 了解集合与映射的概念。
- (2) 掌握线性空间的概念及线性空间的判定方法。
- (3) 掌握线性空间的维数、基和坐标的概念与求法（重点）。
- (4) 掌握线性空间的基变换、坐标变换以及过渡矩阵的理论和求法（重点）。

- (5) 掌握生成子空间的概念及求其基和维数的方法（重点）。
- (6) 掌握子空间的交、和、直和运算、性质及其求解与证明方法（重点）。
- (7) 掌握线性空间同构的概念与性质。

7、线性变换

- (1) 掌握线性变换的概念，了解线性变换的性质。
- (2) 掌握线性变换的运算及其性质。
- (3) 掌握线性变换的矩阵，以及线性变换与矩阵的对应关系。
- (4) 掌握取定一组基后，向量的像的坐标表示公式，以及线性变换在两组基下的矩阵关系，并会解决相关问题（重点）。
- (5) 掌握线性变换及其矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，会求线性变换及矩阵的特征值和特征向量（重点）。
- (6) 了解 Hamilton-Caylay 定理。
- (7) 掌握矩阵相似的概念、性质及矩阵可对角化的相关定理，会将矩阵对角化。
- (8) 掌握线性变换的特征子空间、线性变换的不变子空间的概念及证法（重点）。
- (9) 掌握线性变换的值域、核、秩、零度的概念与求法（重点）。
- (10) 了解 Jordan 标准形、最小多项式。

8、 λ -矩阵

- (1) 了解 λ -矩阵的秩、可逆等概念。
- (2) 掌握 λ -矩阵的初等变换、等价等概念，掌握判定 λ -矩阵等价的充分必要条件。
- (3) 掌握用初等变换求 λ -矩阵的标准形的方法（重点）。
- (4) 掌握 λ -矩阵的行列式因子、不变因子、初等因子的概念及三者之间的关系，由其中一个，能求出其他两个（重点）。
- (5) 掌握两个矩阵相似的充分必要条件。
- (6) 掌握用行列式因子、不变因子或初等因子求 Jordan 标准形的方法（重点）。

9、欧几里得空间

- (1) 掌握内积的概念及性质，理解欧几里得空间的概念，掌握正交、度量矩阵的概念与性质。
- (2) 掌握标准正交基的概念与求法（施密特正交化过程）（重点），了解标准正交基下度量矩阵、向量坐标及内积的特殊表达。

- (3) 掌握正交矩阵的概念及性质，掌握正交矩阵与标准正交基的过渡矩阵之间的关系。
- (4) 了解欧几里得空间同构的概念和性质，掌握有限维欧几里得空间同构的充分必要条件。
- (5) 掌握正交变换的概念及其等价条件（重点）。
- (6) 掌握正交子空间、正交补的概念及性质（重点）。
- (7) 掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的特殊性质，对实对称矩阵 A ，会求正交矩阵 T 使 $T'AT$ 为对角矩阵，并且会通过正交线性替换将二次型化为标准形（重点）。
- (8) 了解向量到子空间的距离、最小二乘法。